EM34B
Mecânica dos Fluidos 1

Prof. Dr. André Damiani Rocha

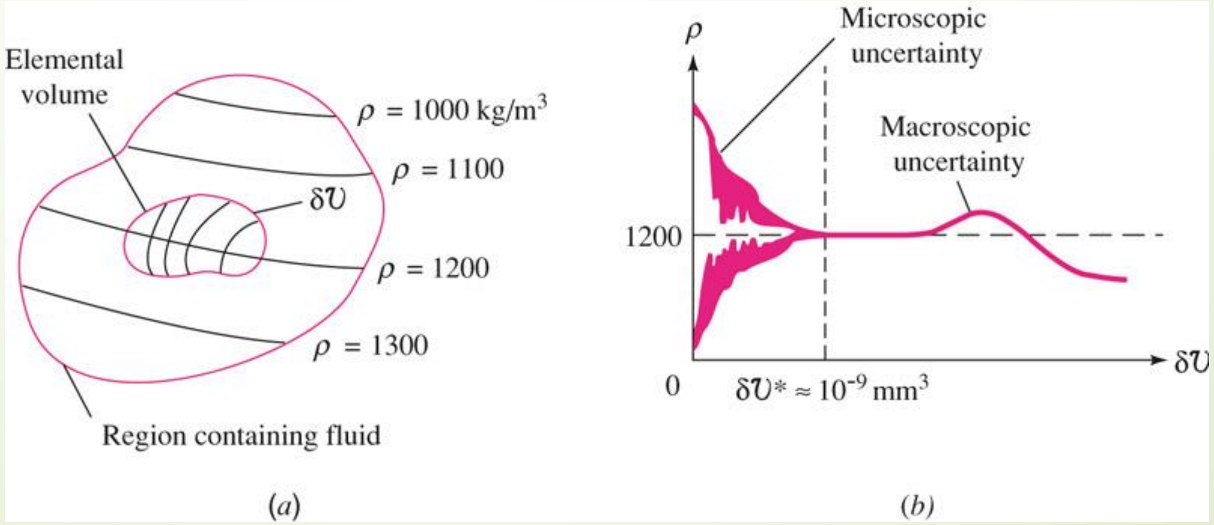
arocha@utfpr.edu.br

Aula 02: Conceitos Fundamentais

Aula 02
Conceitos fundamentais

O Fluido como um contínuo

- Os fluidos são compostos de moléculas em constante movimento;
- Se a unidade de volume for grande, poderá haver uma variação notável na agregação global das partículas.
- A figura mostra o a relação de densidade por unidade de volume



Aula 02
Conceitos fundamentais

O Fluido como um contínuo

- Há um volume-limite abaixo do qual as variações moleculares (microscópica) são importantes e acima do qual as variações de agregações (macroscópica) podem ser importantes.
- O volume-limite é aproximadamente $10^{-9} mm^3$ para todos os líquidos e para os gases à pressão atmosférica. A maioria dos problemas em engenharia trabalha com dimensões físicas bem maiores do que esse volume-limite.
- Dessa forma, a massa específica é essencialmente uma função pontual e as propriedades do fluido podem ser consideradas variando continuamente no espaço.

$$\rho = \lim_{\delta V \to \delta V*} \frac{\delta m}{\delta V}$$

Aula 02
Conceitos fundamentais

O Fluido como um contínuo

- Tal fluido é chamado de *meio contínuo*, que simplesmente significa que a variação de suas propriedades é tão suave que o cálculo diferencial pode ser usado para analisar a substância.
- O conceito do contínuo é a base da Mecânica dos Fluidos Clássica. Ele deixa de lado o comportamento individual das moléculas.
- O conceito do contínuo falha quando a trajetória livre das moléculas se torna da mesma ordem de grandeza da dimensão significativa do problema.

Aula 02
Conceitos fundamentais

Massa Específica (ρ)

- É definida como a massa da substância contida em uma unidade de volume.

$$\boxed{\rho = \frac{m}{\forall}}$$

Volume Específico(v)

- O volume específico é recíproco da massa específica, ou seja, é o volume ocupado por uma unidade de massa da substância.

$$\boxed{v = \frac{1}{\rho}}$$

Aula 02
Conceitos fundamentais

IMPORTANTE!

Líquidos e gases possuem comportamentos diferentes sob condições de variação de pressão e temperatura.

Veja as tabelas a seguir com alguns exemplos.

Aula 02
Conceitos fundamentais

Propriedades físicas de alguns líquidos

Liquido	Temperatura [ºC]	Massa específica (ρ) [kg/m^3]	Viscosidade dinâmica (μ) [Pa.s]
Álcool Etílico	20	789	1,19E-3
Gasolina	15,6	680	3,1E-4
Glicerina	20	1260	1,50
Mercúrio	20	13600	1,57E-3
Água do Mar	15,6	1030	1,20E-3
Água	15,6	999	1,12E-3

UTFPR anos
Tecnológica há mais de 100

Aula 02
Conceitos fundamentais

Propriedades físicas de alguns gases

Gás	Temperatura [°C]	Massa específica (ρ) [kg/m³]	Viscosidade dinâmica (μ) [Pa.s]
Ar (Padrão)	15	1,23	1,79E-5
Dióxido de Carbono	20	1,83	1,47E-5
Hélio	20	1,66E-1	1,94E-5
Hidrogênio	20	8,38E-2	8,84E-6
Gás Natural	20	6,67E-1	1,10E-5
Oxigênio	20	1,33	2,04E-5

Aula 02
Conceitos fundamentais

Densidade Relativa(SG – Specific Gravity ou *d*)

- É uma forma alternativa de expressar a massa específica de uma substância, comparando-a com máxima massa específica da água a 4ºC para líquidos e ar para gases.

$$\boxed{d_{liq} = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}(4^o C)}} \qquad \boxed{d_{gás} = \frac{\rho}{\rho_{ar}}}$$

Peso Específico(γ)

- É definido como o peso da substância contida numa unidade de volume.

$$\boxed{\gamma = \rho g}$$

Aula 02

Exemplo 1:

Um tanque esférico de diâmetro 500cm contém oxigênio comprimido a 7MPa e 25°C. Qual a massa de oxigênio?

Solução no quadro negro

Aula 02
Campo de Velocidade

- Um campo de velocidade é definido como,

$$\vec{V} = \vec{V}(x, y, z, t)$$

- A velocidade é uma quantidade vetorial, exigindo um módulo e uma direção para uma completa descrição. A velocidade é um campo vetorial;
- O vetor velocidade $\vec{V}$, pode ser escrito em termos de suas três componentes escalares,

$$\vec{V} = u\hat{\imath} + v\hat{\jmath} + w\hat{k}$$

- Em geral, cada componente u, v e w será uma função de x, y, z e t.

Aula 02
Campo de Velocidade

$$\vec{V} = \vec{V}(x, y, z, t)$$

- Esse campo indica a velocidade de uma partícula fluida que está passando através do ponto x, y e z, no instante de tempo t, em um referencial Euleriano;
- Se as propriedades em cada ponto em um campo de escoamento não variam com o tempo, diz-se que o escoamento está em ***Regime Permanente*** e então,

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = 0$$

Aula 02
Campo de Velocidade

- Por isso, para regime permanente:

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \rightarrow \rho = \rho(x, y, z)}$$

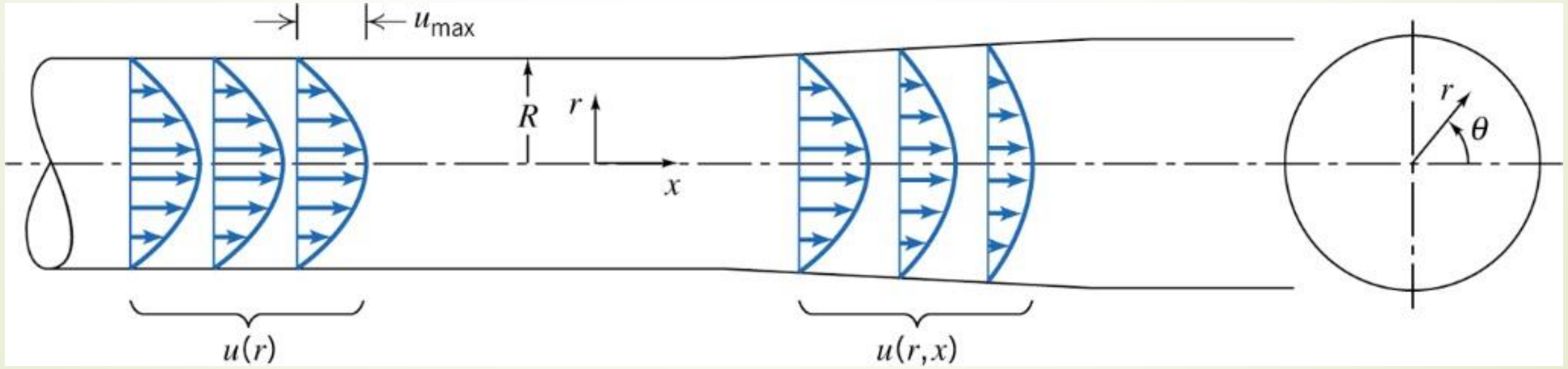
$$\boxed{\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = 0 \rightarrow \vec{V} = \vec{V}(x, y, z)}$$

UTFPR 70 anos
Tecnológica há mais de 100

Aula 02
Campo de Velocidade

Escoamento 1D, 2D e 3D

- Um escoamento é classificado como 1D, 2D ou 3D de acordo com o número de coordenadas espaciais necessárias para especificar seu campo de velocidades;



$$\vec{V} = \vec{V}(r, \theta, x)$$

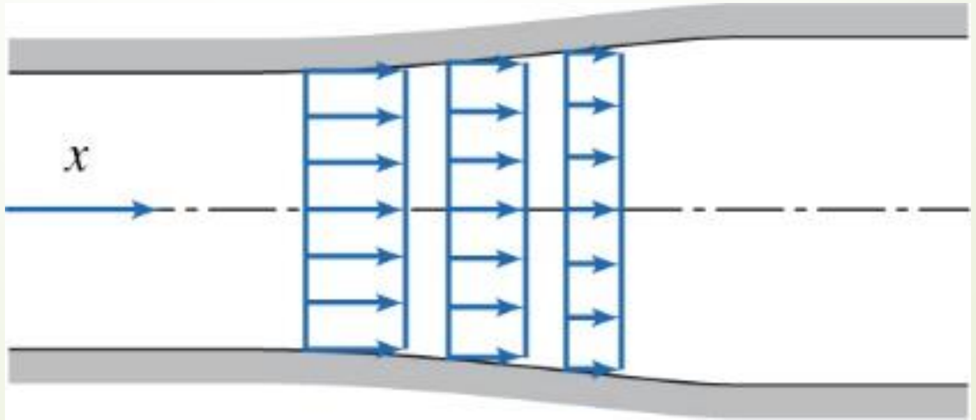
$$u = u_{max}\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

UTFPR 70 anos
Tecnológica há mais de 100

Aula 02
Campo de Velocidade

Campo de Escoamento Uniforme

- Descreve um escoamento na qual o módulo e o sentido do vetor velocidade são constantes;



Aula 02
Campo de Velocidade

Linhas de Tempo, Trajetórias, Linhas de Emissão e Linhas de Corrente

Aula 02
Campo de Velocidade

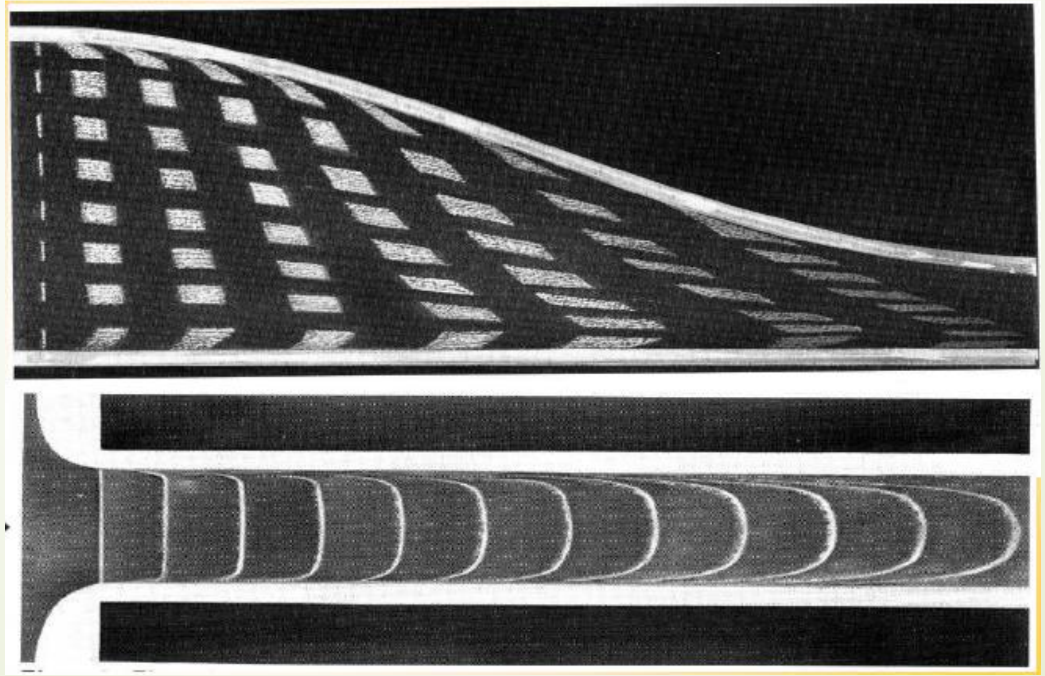
Linhas de Tempo, Trajetórias, Linhas de Emissão e Linhas de Corrente

- É útil e conveniente visualizar a direção e o sentido das velocidades das partículas por meio de:
  - Linhas de tempo (experimental)
  - Trajetória da partícula (experimental)
  - Linhas de emissão (experimental)
  - Linhas de corrente (matemática)

Aula 02
Campo de Velocidade

Linhas de Tempo

- Uma quantidade de partículas adjacentes são marcadas simultaneamente num dados instante:



Aula 02
Campo de Velocidade

Trajetórias e Linhas de Emissão

- **Linha de trajeto:** é o caminho real percorrido por uma determinada partícula de fluido

$$\vec{V} = \frac{d\vec{X}}{dt}$$

Aula 02
Campo de Velocidade

Trajetórias e Linhas de Emissão

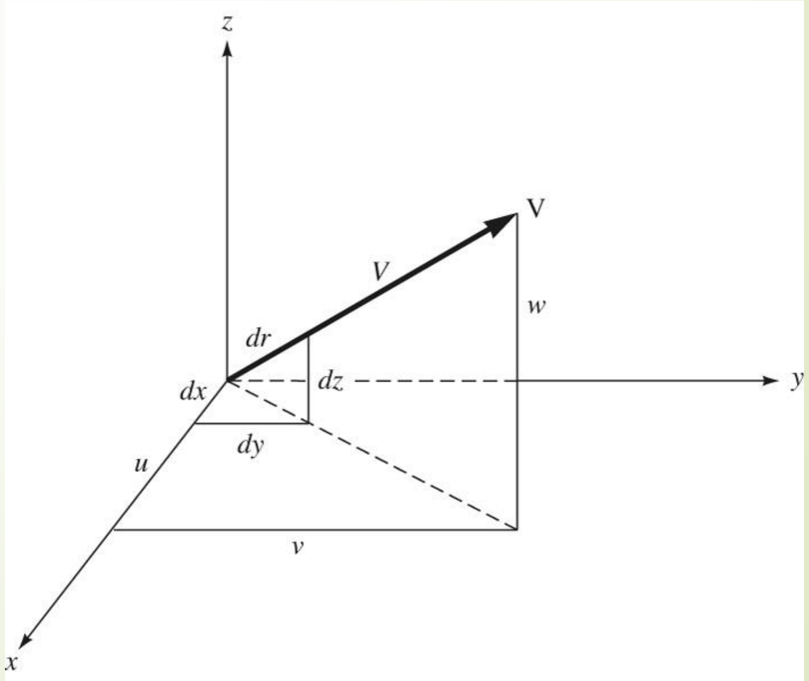
- **Linhas de emissão:** é a linha formada por todas as partículas que passaram anteriormente por um ponto prescrito.

Aula 02
Campo de Velocidade

Linhas de Corrente

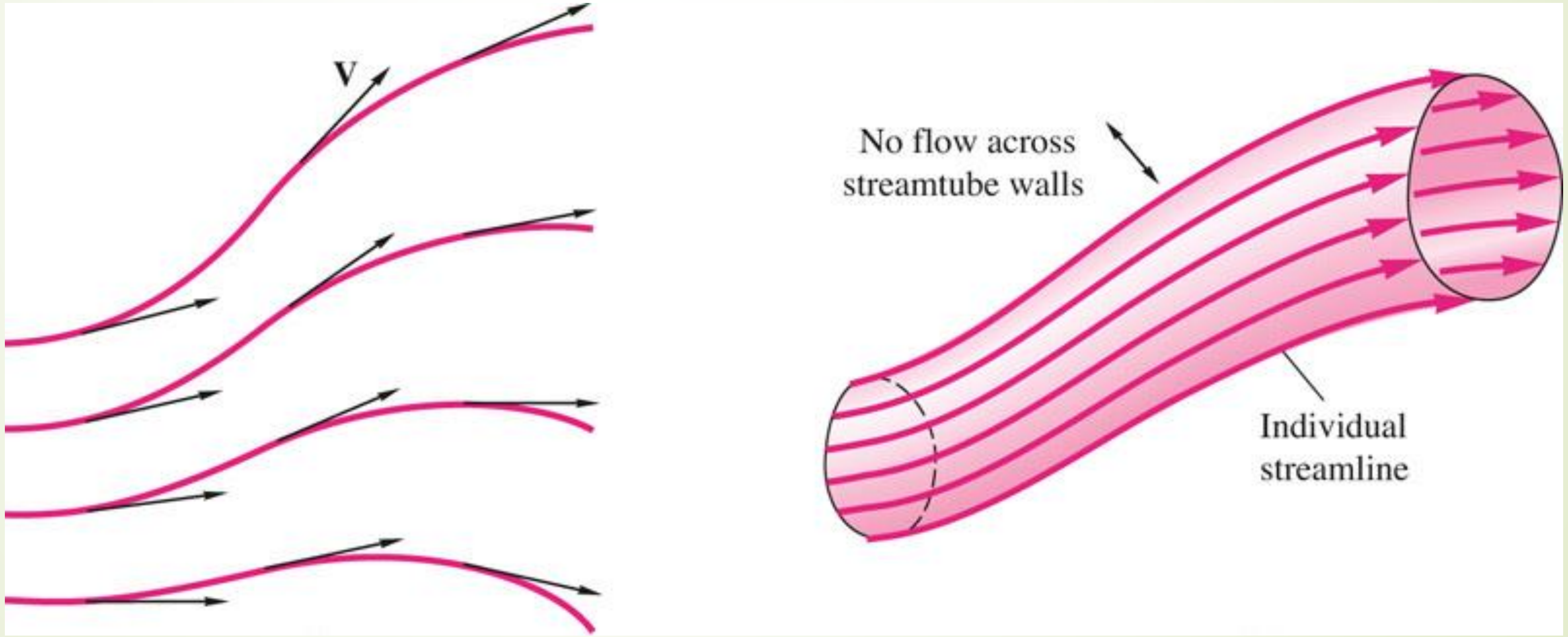
- **Linhas de corrente:** é uma linha tangente em todos os pontos ao vetor velocidade em um dado instante

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w} = \frac{dr}{V}$$



Aula 02
Campo de Velocidade

Linhas de Corrente



Aula 02

Campo de Velocidade

Linhas de Tempo, Trajetórias, Linhas de Emissão e Linhas de Corrente

Linhas de corrente, linhas de trajetória e linhas de emissão são coincidentes em regime permanente.

Aula 02

Exemplo 2:

Um campo de velocidade é dado por $\vec{V} = Ax\hat{\imath} - Ay\hat{\jmath}$. As unidades de velocidade são em m/s; x e y são em metros. A = $0{,}3s^{-1}$.

a) Obtenha a equação para as linhas de corrente no plano xy;

b) Trace a linha de corrente que passa pelo ponto $(x_0,y_0)=(2,8)$;

c) Determine a velocidade de uma partícula no ponto (2,8);

d) Se a partícula passando pelo ponto (x_0,y_0) no instante t = 0 for marcada, determine a sua localização no instante t = 6s.

Aula 02
Exemplo 2: Solução

a) Obtenha a equação para as linhas de corrente no plano xy;

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} = -\frac{Ay}{Ax} = -\frac{y}{x}$$

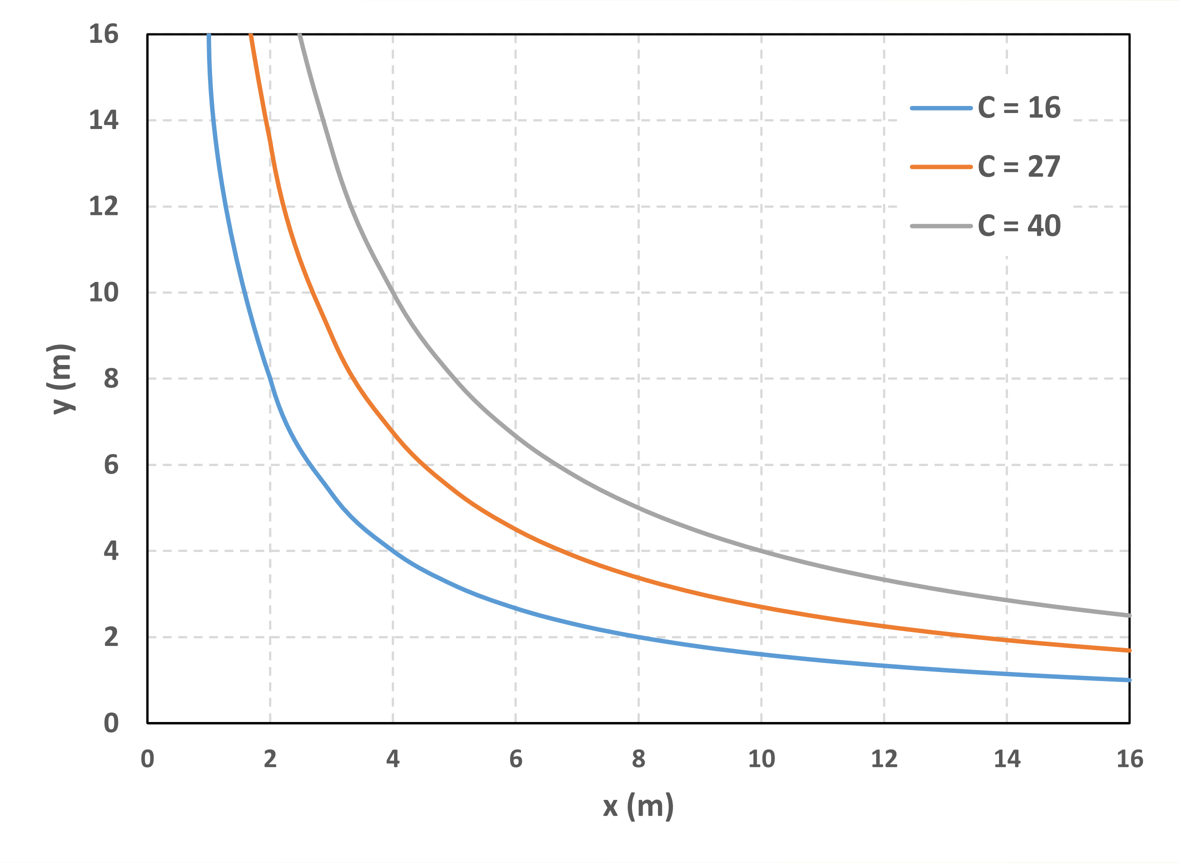
$$\int \frac{dy}{y} = -\int \frac{dx}{x}$$

$$lny = -lnx + C_1 \rightarrow xy = C$$

Aula 02
Exemplo 2: Solução

b) Trace a linha de corrente que passa pelo ponto $(x_0,y_0)=(2,8)$;

$$xy = C = (2.8) = 16$$



Aula 02
Exemplo 2: Solução

c) Determine a velocidade de uma partícula no ponto (2,8);

$$\vec{V} = A(x\hat{\imath} - y\hat{\imath}) = 0{,}6\hat{\imath} - 2{,}4\hat{\jmath}\ m/s$$

d) Se a partícula passando pelo ponto (x_0,y_0) no instante t = 0 for marcada, determine a sua localização no instante t = 6s.

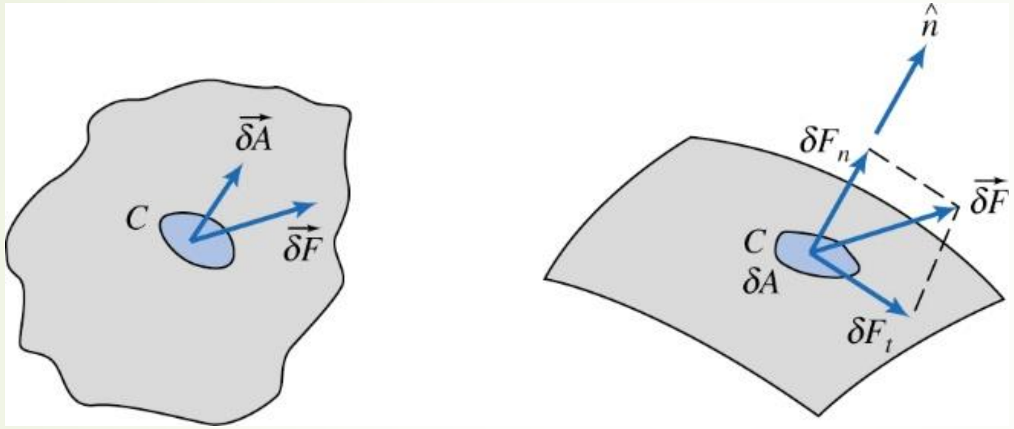
$$\left.\begin{array}{ll} u = \dfrac{dx}{dt} = Ax & v = \dfrac{dy}{dt} = -Ay \\ x = x_0 e^{At} & y = y_0 e^{-At} \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} x = 12{,}1m \\ y = 1{,}32m \end{array}$$

Aula 02
Campo de Tensão

- Tensão é uma força de superfície: atua nas fronteiras do meio em contato direto.

- Para defini-la é necessário especificar:
  1. intensidade,
  2. direção e
  3. área de atuação.

Aula 02
Campo de Tensão: Normais e Cisalhantes



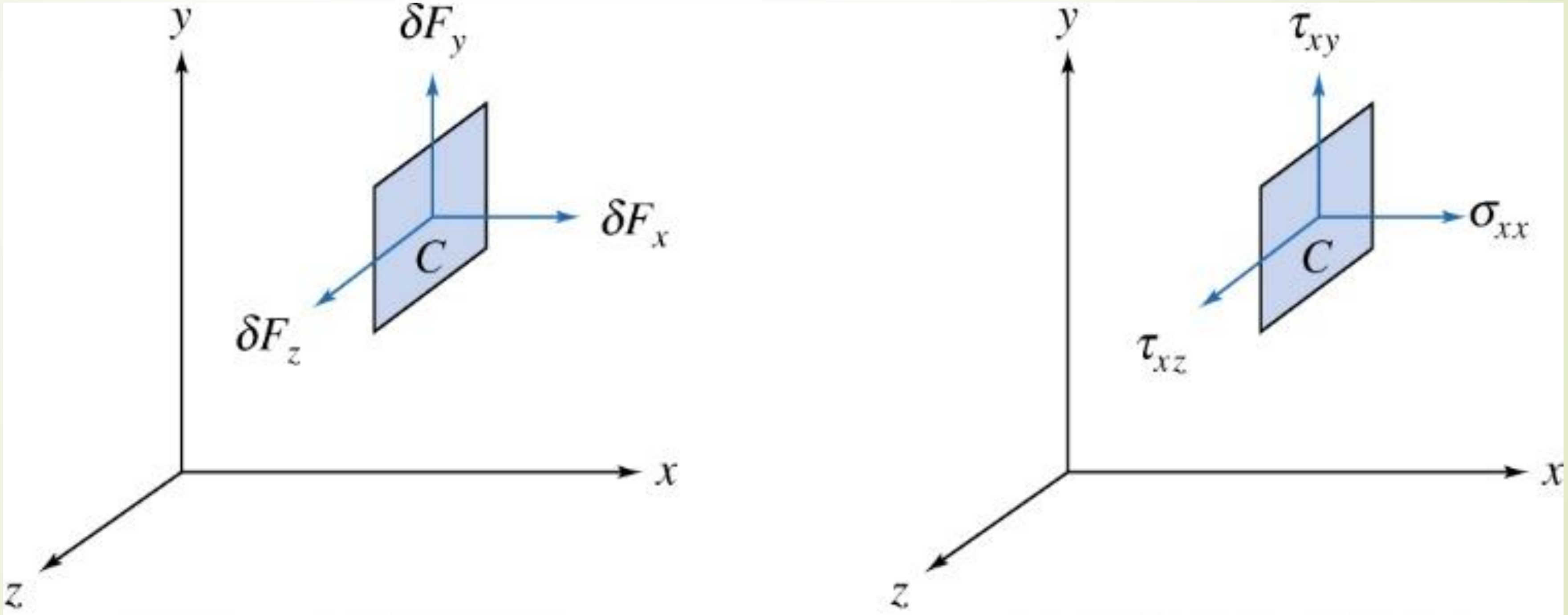
$$\sigma_{nn} = \lim_{dA_n \to 0} \frac{\delta F_n}{\delta A_n}$$

$$\tau_{nt} = \lim_{dA_n \to 0} \frac{\delta F_t}{\delta A_n}$$

- O primeiro índice indica a área onde a tensão atua e o segundo índice a direção.
- σ_{nn} é a tensão que atua numa área cuja normal é paralela ao vetor ***n*** cuja direção também é paralela ao vetor ***n***.
- τ_{nt} é a tensão que atua numa área cuja normal é paralela ao vetor ***n*** cuja direção é paralela ao vetor ***t***.

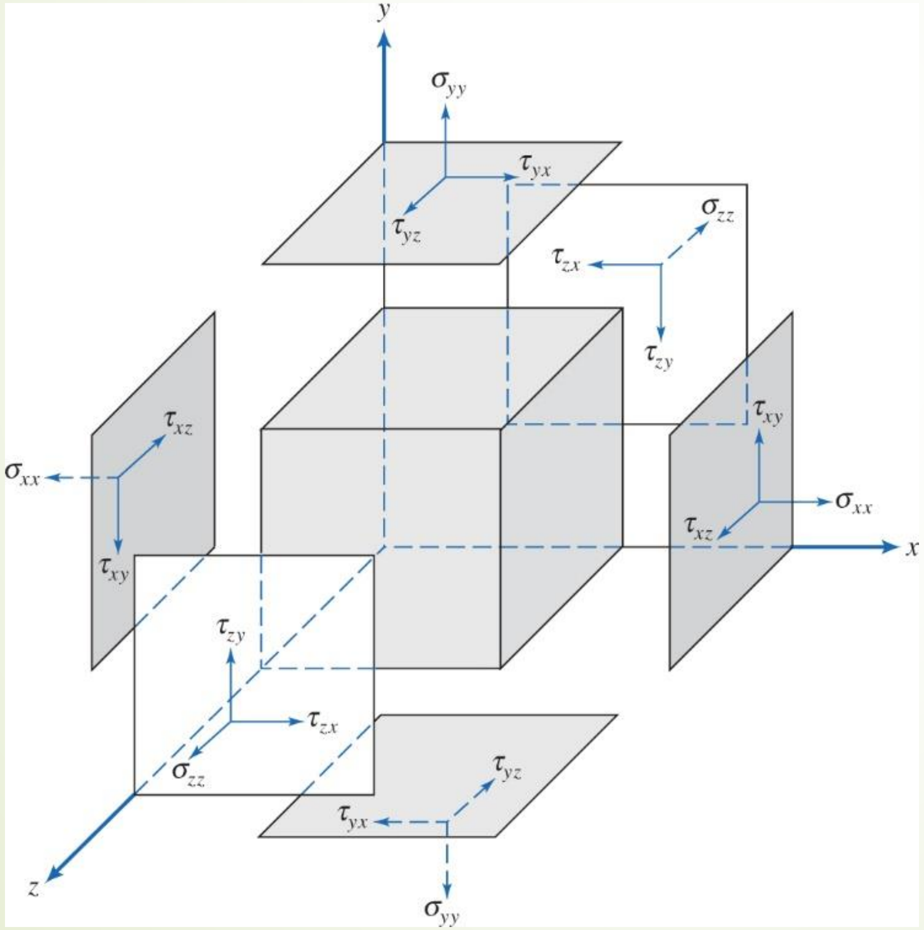
Aula 02

Campo de Tensão: Normais e Cisalhantes



Tecnológica há mais de 100

Aula 02
Campo de Tensão: Normais e Cisalhantes

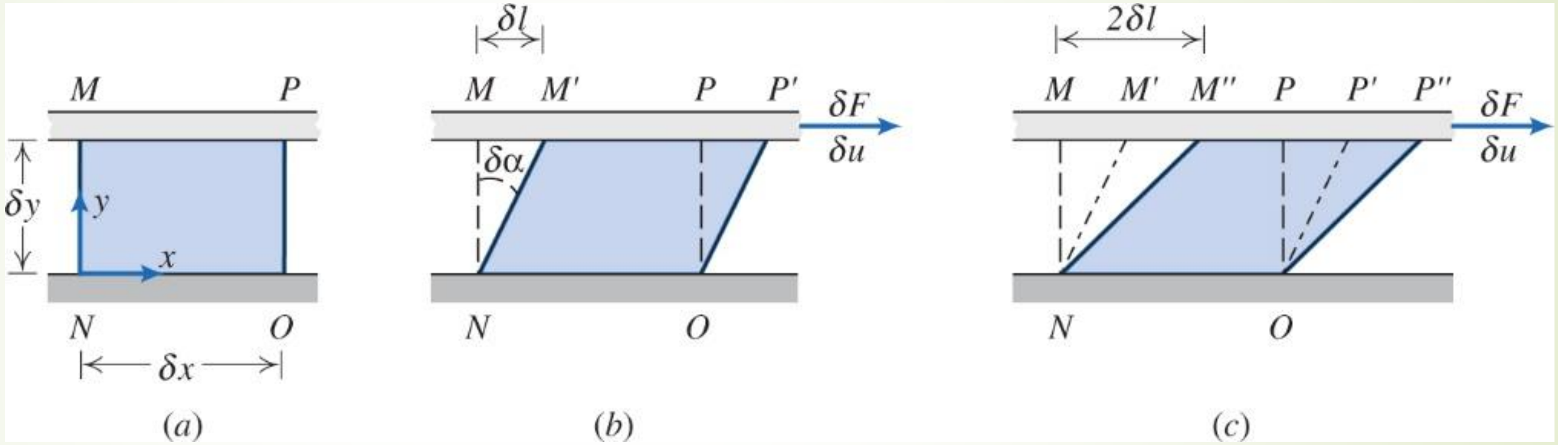


- Tensão em um ponto: 9 componentes, 3 normais e 6 tangenciais.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

UTFPR anos Tecnológica há mais de 100

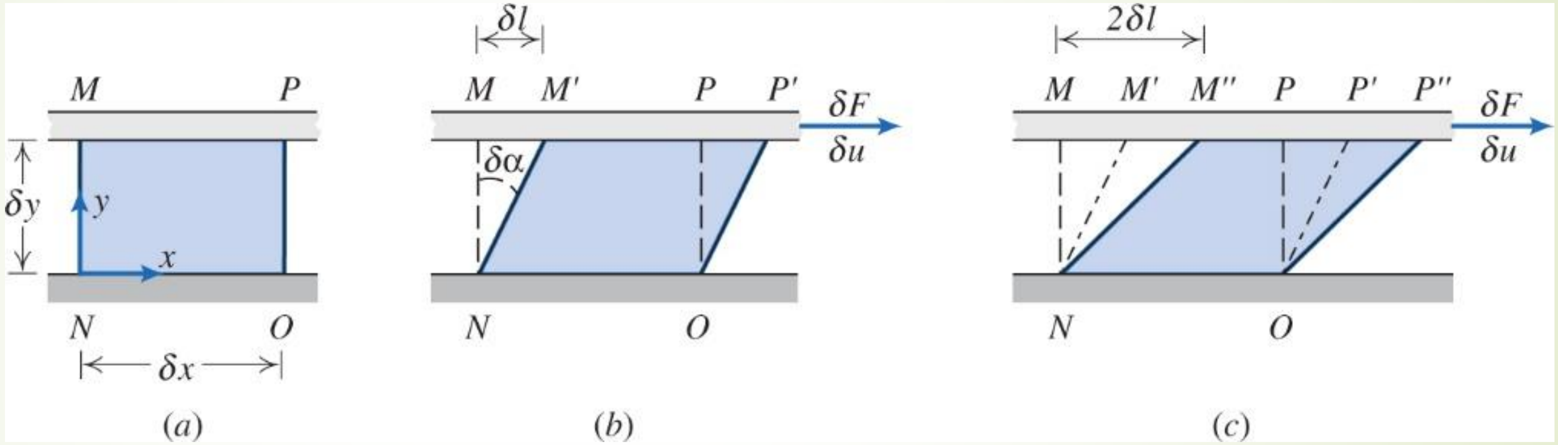
Aula 02
Viscosidade



- Durante o intervalo de tempo δt, a deformação do fluido (taxa de deformação) é dada por,

$$\text{taxa de deformação} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta\alpha}{\delta t}$$

Aula 02
Viscosidade



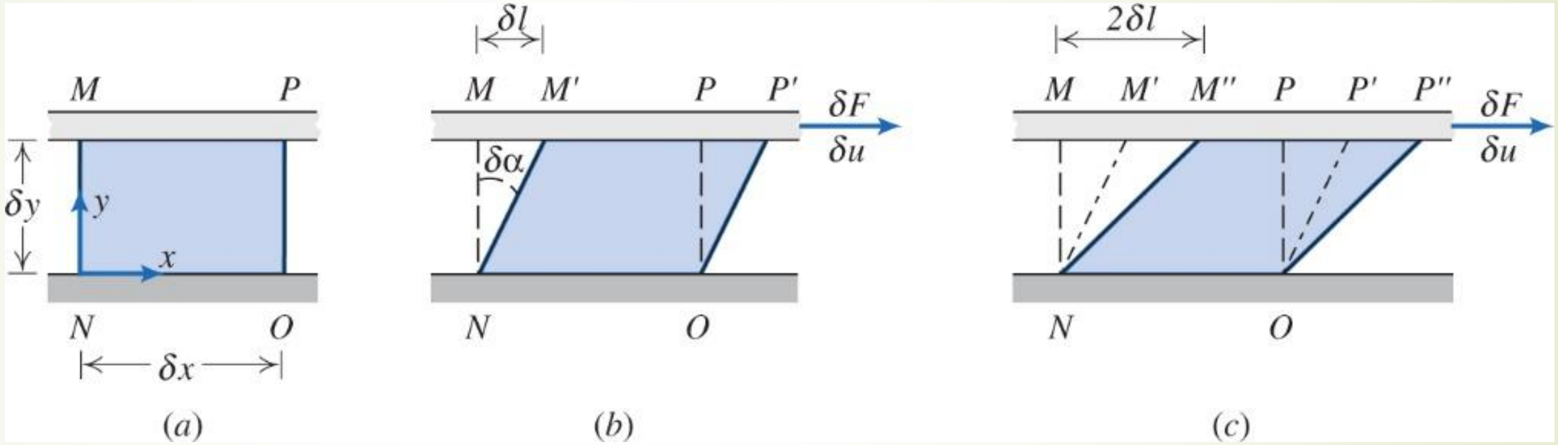
- Sabe-se que a distância δl, é dada por,

$$\delta l = \delta u \delta t$$

- Ou ainda, para pequenos ângulos,

$$\delta l = \delta y \delta \alpha$$

Aula 02
Viscosidade



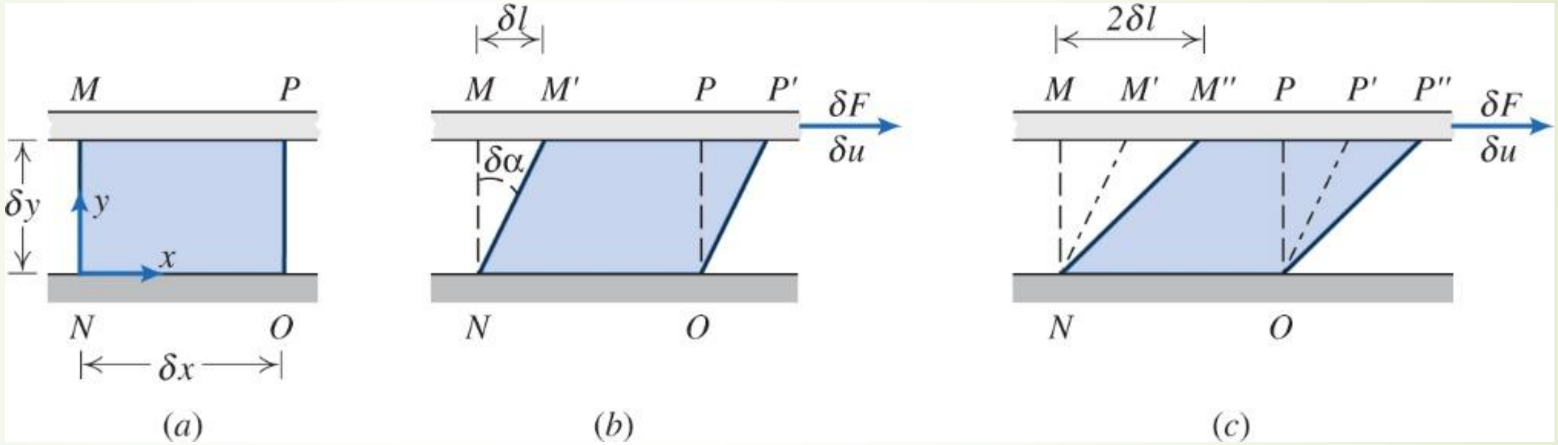
- Igualando as expressões para δl,

$$\frac{\delta\alpha}{\delta t} = \frac{\delta u}{\delta y} \rightarrow \frac{d\alpha}{dt} = \frac{du}{dy}$$

Aula 02

Viscosidade

Ver vídeo



- Dessa forma, o elemento fluido, quando submetido à tensão de cisalhamento, τ_{xy}, experimenta uma taxa de deformação dada por du/dy.
- Resta então responder a seguinte pergunta: qual a relação entre tensão de cisalhamento e taxa de deformação?

Aula 02
Viscosidade

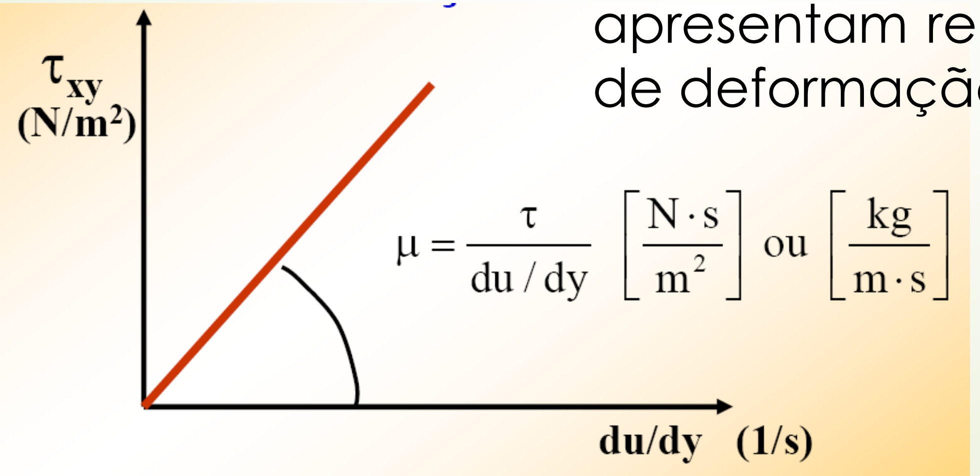
- Isaac Newton (1642 – 1727)

$$\boxed{\tau = \mu \frac{du}{dy}}$$

μ - viscosidade dinâmica (Pa.s)

A viscosidade é propriedade do fluido e tem natureza escalar.

Fluidos Newtonianos são aqueles que apresentam relação linear entre tensão e a taxa de deformação.

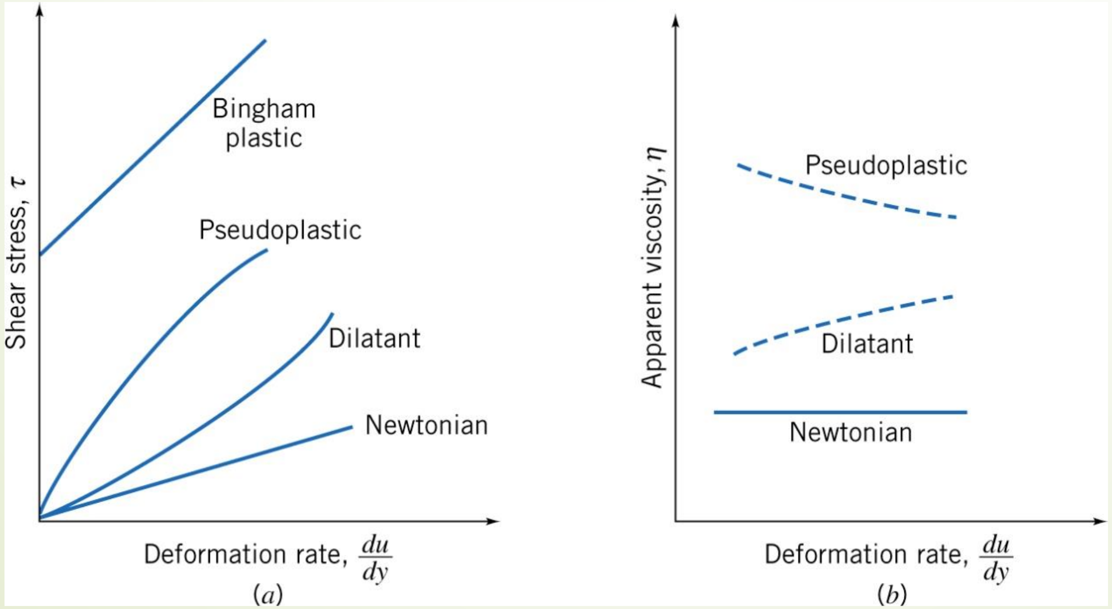


Ver vídeo

Aula 02
Viscosidade

- Fluido Não-Newtoniano

Fluido nos quais a tensão de cisalhamento NÃO é diretamente proporcional à taxa de deformação são conhecidos como Não-Newtonianos.



Exemplos:

Creme Dental (Pasta de dente)
Lamas de Perfuração
Tintas
Ketchup, Mostarda e Chocolate
Polímeros
Sangue
Pseudoplásticos: Nata, Clara de Ovo

UTFPR 80 anos
Tecnológica há mais de 100

Aula 02
Viscosidade

- Fluido Não-Newtoniano

A relação mais geral dada entre tensão e deformação é:

$$\tau_{yx} = k\left(\frac{du}{dy}\right)^n$$

n = índice de comportamento do escoamento;

n = 1, fluido newtoniano, μ=k
n > 1, fluido dilatante
n < 1, fluido pseudo-plástico

k = índice de consistência

UTFPR 70 anos
Tecnológica há mais de 100

Aula 02
Viscosidade

- Predição da viscosidade dos gases

Algumas equações são utilizadas para predizer a viscosidade de gases. Uma das mais utilizadas é a correlação de Sutherland,

$$\mu = \frac{aT^{1/2}}{1+b/T}$$

onde T é a temperatura na escala absoluta e *a* e *b* são constantes determinadas experimentalmente. Para ar, as constantes são:

$$a = 1{,}458x10^{-6}\,kg/(msK^{1/2})$$

$$b = 110{,}4K$$

Aula 02
Viscosidade

- Predição da viscosidade dos líquidos

$$\mu = a10^{\left(\frac{b}{T-c}\right)}$$

onde T é a temperatura na escala absoluta e a, b e c são constantes determinadas experimentalmente. Para água, as constantes são

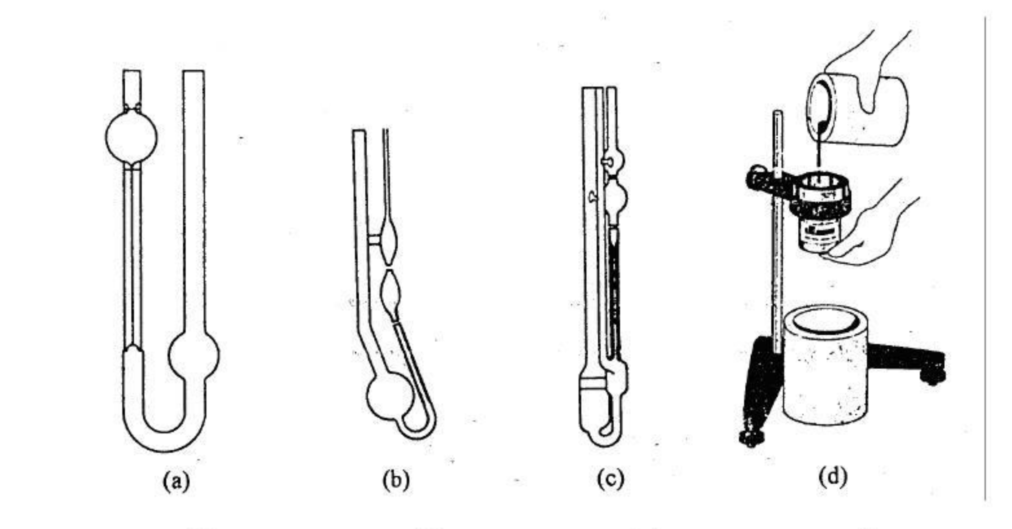
$$a = 2{,}414x10^{-5}\,Ns/m^2$$

$$b = 247{,}8K$$

$$c = 140K$$

Aula 02
Viscosidade: Medição

- Alguns Viscosímetros



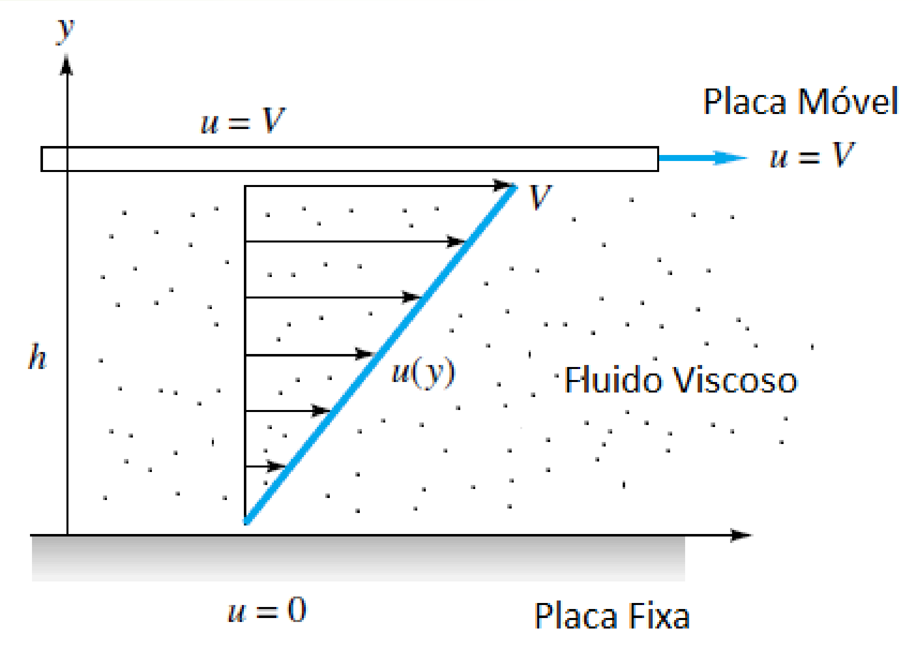
(a) (b) (c) (d)

Figura 4. Tres tipos de viscosímetro capilar: (a) Ostwald; (b) Cannon-Fenske; (c) Ubbelohde. (d) Viscosímetro de orifício tipo "copo de Ford".

Aula 02

Exemplo 3:

Escoamento entre placas. Um problema clássico é o do fluxo induzido entre um placa inferior fixa e uma placa superior movendo com velocidade V, como mostra a figura.



O espaçamento entre as placas é h e não há aceleração do fluido.

Com a ausência de aceleração e assumindo que não há variação de pressão na direção do escoamento, é possível concluir que a tensão cisalhante em todo o fluido é constante. Dessa forma,

$$\frac{du}{dy} = \frac{\tau}{\mu} = cte \rightarrow \frac{du}{dy} = cte$$

que integrando, fica:

$$\int du = \int a\,dy \text{, onde } a = cte$$

$$u(y) = ay + b$$

é necessário então, obter as 2 constantes (a e b). Para isso, utiliza-se as "condições de contorno" do problema.

UTFPR 70 anos
Tecnológica há mais de 100

As condições de contorno são:

C.C.1: Placa inferior fixa, portanto

$$y = 0 \rightarrow u = 0$$

C.C.2: superior móvel com velocidade V, portanto

$$y = h \rightarrow u = V$$

Dessa forma, os coeficientes a e b são definidos

$$u = \begin{cases} 0 = a + b(0) \rightarrow a = 0 \\ V = a + b(h) \rightarrow b = V/h \end{cases}$$

Assim, a distribuição de velocidade fica,

$$u = V\frac{y}{h}$$

A tensão cisalhante pode também ser definido em função da força tangencial

$$\tau = \frac{F_t}{A}$$

A força requerida para mover a placa superior é,

$$F = \mu A \frac{V}{l}$$

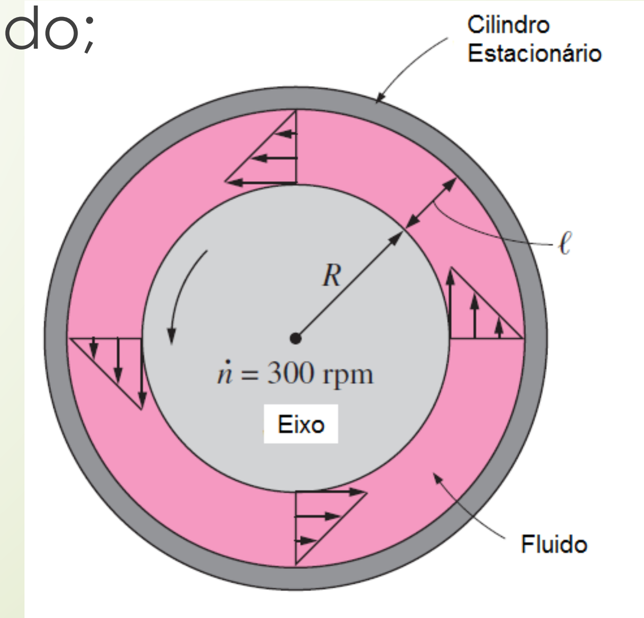
UTFPR 70 anos
Tecnológica há mais de 100

Aula 02
Exemplo 4:

Viscosímetro. A viscosidade de um fluido pode ser medida por um viscosímetro construído de dois cilindros concêntricos. O cilindro de fora possui diâmetro interno de 12cm e o espaçamento entre os cilindros é de 0,15cm. O cilindro interno rotaciona a 300rpm e o torque medido é de 1,8Nm. Determine;

(a) Uma expressão para a viscosidade do fluido;

(b) A viscosidade do fluido



UTFPR 70 anos
Tecnológica há mais de 100

Solução, parte a)

O torque sobre o cilindro é dado por: $T = FR$

A velocidade tangencial é $V = \varpi R$

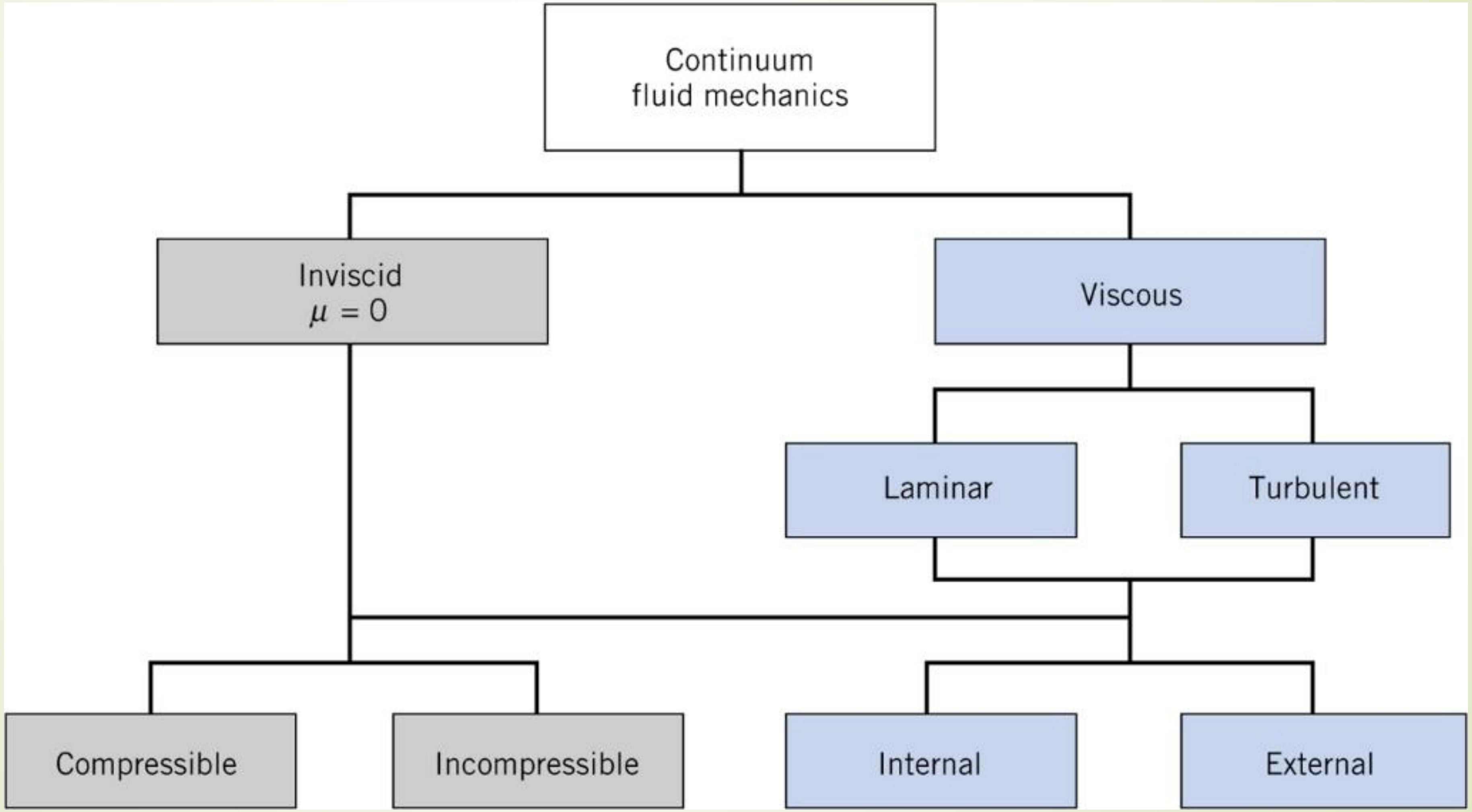
A área da superfície molhada do cilindro interno é,

$$A = 2\pi RL$$

e $\varpi = 2\pi n$, onde n é o número de rotações. Dessa forma,

$$\boxed{T = FR = \mu \frac{4\pi^2 R^3 nL}{l}}$$

Aula 02
Descrição e Classificação



Tecnológica há mais de 100

Aula 02

Leitura Obrigatória

- Capítulo 02 do Livro-texto: Fox, R. W., McDonald, A. T., Pritchard, P. J., **Introdução à Mecânica dos Fluidos**, 7ª Edição, LTC, Rio de Janeiro, 2010.

Referências

Fox, R. W., McDonald, A. T., Pritchard, P. J., **Introdução à Mecânica dos Fluidos**, 7ª Edição, LTC, Rio de Janeiro, 2010.

White, F. M., **Mecânica dos Fluidos**, 6ª Edição, McGraw-Hill, Porto Alegre, 2011.

MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H., **Fundamentos da Mecânica dos Fluidos**. São Paulo: Edgard Blücher, 1997.